

# EL SALAMANCAEDRO

EMILIANO JIMÉNEZ FVENTES

# EL SALAMANCAEDRO

- ¿Conoces el poliedro de Durero, el de “La Melancolía”?
- Lo vi hace muchos años, en el libro de Cristalografía de Muedra & Meléndez. Después, de pasada, algunas veces más. ¿Por qué?



Figura 1

—¿Qué forma cristalina representa? ¿Qué es?

—¡Hombre! ¡Así, a botepronto...! Tendría que verlo de nuevo. Creo recordar que era un piritoeдро. ¿Noo?

—¡No tienes ni idea! Mira, aquí tengo una copia. (figura 1) ¿Qué dices ahora?

—No. No es un piritoeдро. Más bien es un romboeдро con pinacoide. Romboeдро agudo...

—Pues no. Tampoco. Es un cubo con dos vértices opuestos truncados...

—¡De eso, nada! Mira y aprende. A un cubo, con todos los elementos de simetría que tiene, se le pueden “truncar” 8 vértices y entonces es una combinación con octaeдро. No pierde ninguna simetría. O también cortar 4 vértices opuestos dos a dos y resulta combinación de cubo con tetraeдро; aquí sí que pierde elementos de simetría, conservando siempre los cuatro ejes ternarios que caracterizan al sistema cúbico. Pero si al cubo le cortas como tú dices sólo queda un eje ternario, que pasa por el centro de las caritas triangulares resultantes. Ya no es un cuerpo del sistema cúbico, sino del trigonal, y ya no es cubo, sino romboeдро, aunque ni agudo ni obtuso.

—¿Agudo u obtuso? ¿En qué se diferencian esos dos romboeдros que tú dices?

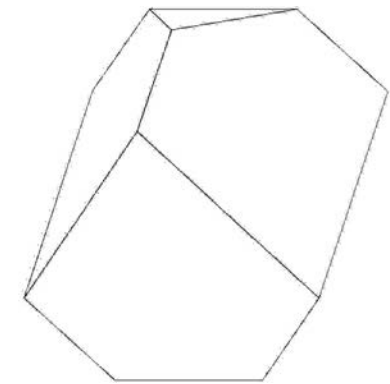
—Pues mira. A ver si lo entiendes bien. Si al cubo lo coges por los dos vértices opuestos y lo aplastas, el romboeдро es obtuso. Y, si en cambio, lo estiras, es agudo. Les dieron estos nombres porque el ángulo de las caras que convergen en el eje ternario es obtuso o agudo. Y estoy pensando que cuando no es lo uno ni lo otro, es decir cuando al cubo original sólo lo cortamos... ¿cómo debemos llamar al romboeдро resultante? ¿Neutro? Mejor, recto. ¿Lo entiendes ahora?

—Sí. Sí. Y entonces... ¿el polieдро de Durero...?

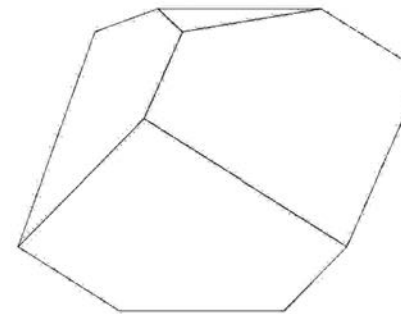
—Es un romboeдро agudo, truncado perpendicularmente al eje ternario por dos caras paralelas; lo que en cristalografía se llama pinacoide.



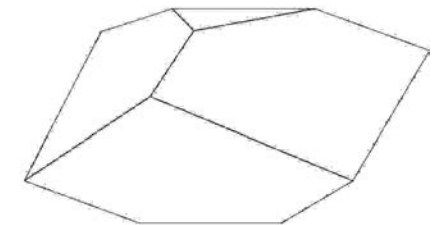
Polieдро de Durero



Romboeдро agudo  
(Proyección ortogonal)



Romboeдро recto  
(Proyección ortogonal)



Romboeдро obtuso  
(Proyección ortogonal)

Figura 2

—Sí. Todo eso está muy bien, pero las caras del polieдро de Durero están representadas en las baldosas centrales de la Catedral Nueva de Salamanca. ¿No lo sabías? ¡Pues ve a verlo! Y el ángulo de confluencia de cada cuatro baldosas es recto.

—Mira. Mejor voy a verlo y luego hablamos ¿Te parece?

—¡Vale!

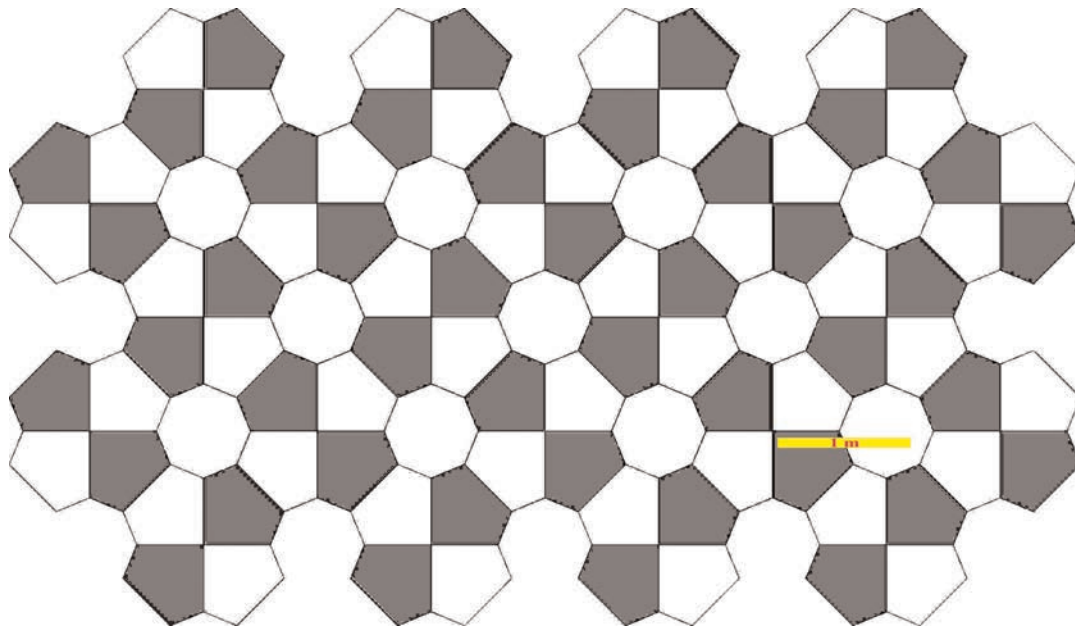


Figura 3. Las baldosas de la Catedral de Salamanca

Ya estoy en la Catedral. Veo por primera vez las baldosas que tantas veces pisé. Forman una superficie de pentágonos alternativamente claros y oscuros. Los huecos están ocupados por octágonos regulares. Sólo están presentes en la puerta que da a Poniente. La imagen resultante es de cruces saliendo de un círculo (¿de Malta? ¿símbolo crepuscular?) y parecen, desde cierto ángulo, formar una espiral (figura 3).

Hay algo que llama la atención en los pentágonos: ¡tienen tres lados iguales! ¡Bueno, casi iguales! Midiéndolos no lo son, y es una lástima porque, ¡seguro!, responden a un modelo místico avanzado, que el artífice no plasmó exactamente, sino por aproximación.

El pentágono, además de tener tres lados iguales, tiene un ángulo recto y los otros cuatro iguales ( $112^{\circ} 30'$ ).

Para construirlo partimos de un triángulo rectángulo de catetos iguales. Cortando los ángulos agudos a la misma dis-

tancia resulta un pentágono con cuatro ángulos de  $112^{\circ} 30'$  (figura 4 A).

Resulta sencillo hacer que el lado opuesto al ángulo recto sea de la misma longitud que los que lo forman. Pero juntando ambas condiciones SÓLO HAY UNA SOLUCIÓN.

Obsérvese que este polígono cumple todos los requisitos místicos planteados por los artistas geométricos del Renacimiento: UNO (de único), TRINO (tres lados iguales), TETRA (cuatro ángulos iguales), PENTA y se puede añadir el DÚO (dos lados distintos).

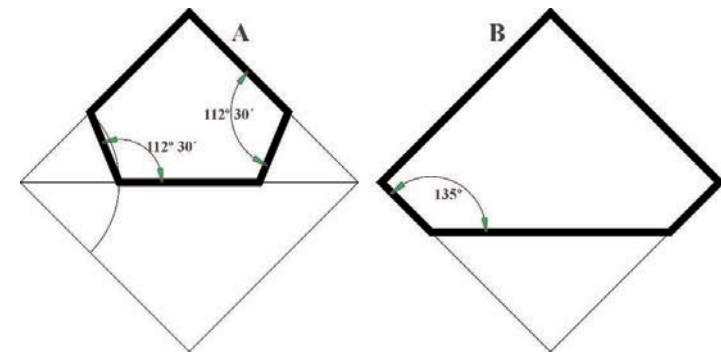


Figura 4

No me cabe duda de que esta figura, que llamaré PENTA-EQUITETRÁGONO TRILÁTERO, no pasaría desapercibida por alguno de ellos y que sería plasmada en algún templo cristiano. Ignoro en donde ni quien la trajo a Salamanca. Pero aquí el modelo fue realizado con un ligero error, por aproximación, quizás para rellenar después.

Pero supongamos ahora que, como decía mi amigo, el pentágono fuese derivado de la cara del poliedro de Dürero.

En primer lugar, para adaptarlo a un embaldosado es imprescindible que el ángulo de confluencia sea recto. Tenemos que partir, pues de un romboedro recto, cuyas caras son cuadradas. Al estar cortadas por el pinacoide, del cuadrado pasamos a un



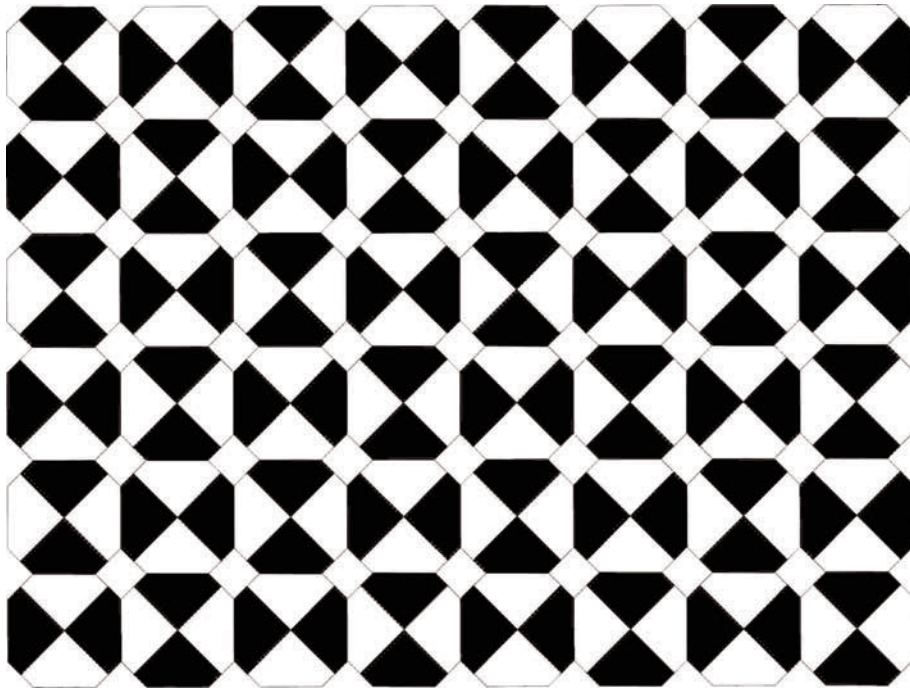


Figura 5

pentágono con 3 ángulos rectos y los otros dos de  $135^\circ$  (figura 4 B). Y lo mismo que en el caso anterior, sólo hay una única solución en la que el lado originado por el pinacoide sea igual a los lados opuestos. Lo llamaré PENTAEQUITRÍGONO TRILÁTERO.

El embaldosado que resulta de este singular pentágono está representado en la figura 5.

Como puede verse, el relleno entre las baldosas pentagonales es cuadrado y no octogonal. ¡EL MODELO NO FUE TOMADO A PARTIR DEL DUREROEDRO! ¡NO!

Por lo demás, el pentaequitrígono trilátero puede ser considerado tan místico como el pentaequitetrágono trilátero. Lo único que le falta es el "4", pero éste puede ser compensado con el cuadrado de relleno.

Esta baldosa salmantina, el PENTAEQUITETRÁGONO TRILÁTERO, o SALMANTINÓGONO, es una visión plana de un problema. Pero... ¿por qué no plantearlo espacialmente, como hizo Durero? (por cierto, sin resolver del todo; pero eso... es otra historia).

La única forma de relacionar en el espacio las baldosas salmantinas es unirlas de tres en tres por los ángulos rectos. Cada grupo forma una pirámide que se puede oponer a otra por un plano de simetría. Es por tanto una bipirámide trigonal con simetría  $\bar{6}2m$  (o, para que lo entiendan mejor,  $3/m\ 2m$ ). Lo que quiere decir que se genera un eje ternario perpendicular a un plano principal (o, lo que es lo mismo, un eje senario de inversión) y 3 ejes binarios que coinciden con planos de simetría. De ninguna manera puede considerarse este poliedro como un romboedro recto.

Pero la forma pentagonal de las caras hace que queden 3 huecos (figura 6). ¿Cómo taparlos?

Se puede cerrar cada hueco con dos caras que, a su vez, pueden estar unidas entre sí horizontal (figura 7 A) o verticalmente (entendiendo por vertical al eje ternario o principal) (figura 7 B). Y estas soluciones son, en cada caso, únicas.

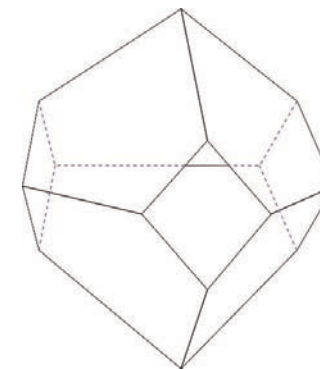


Figura 6

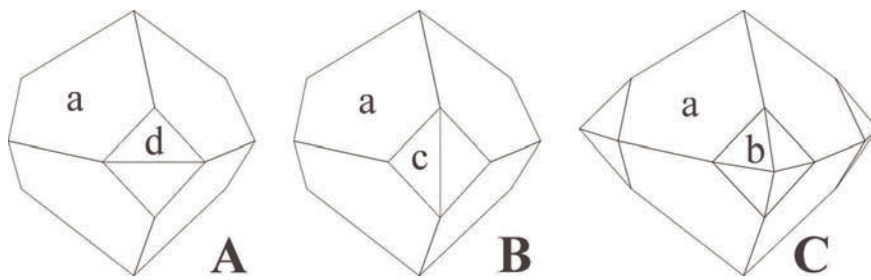
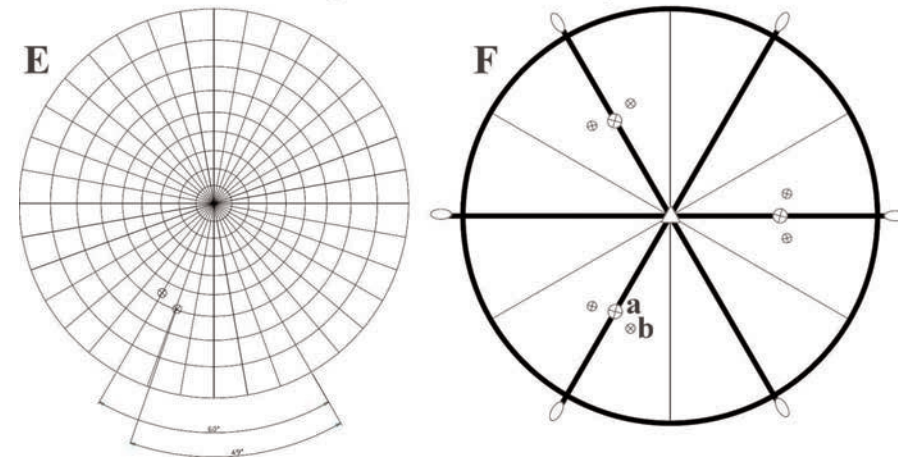
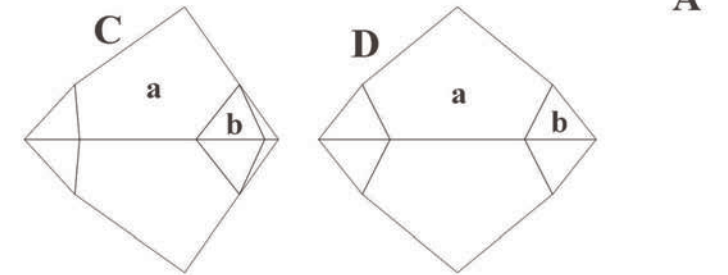
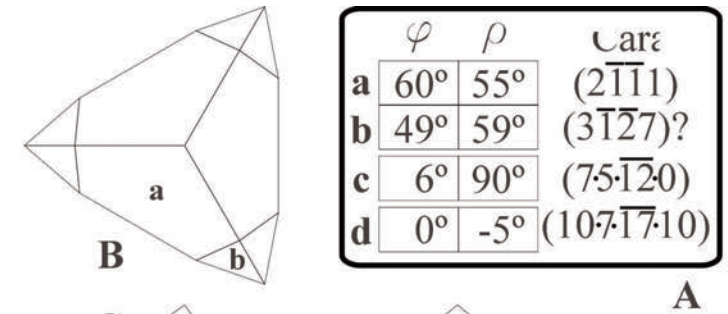


Figura 7  
 A: Macla de contacto, mimética, en  $[0001]$ . Cada individuo está formado por dos pirámides trigonales con simetría  $32$   
 B: Bipirámide trigonal + prisma ditrigonal (clase  $\bar{6}2m$ )  
 C: Bipirámide trigonal + bipirámide ditrigonal (clase  $62m$ )

También podemos cerrar cada hueco con cuatro caras (figura 7 C). Pero entonces la solución es múltiple, siendo variable la inclinación de las caras. SÓLO HAY UN CASO EN QUE LAS 12 CARAS SEAN TRIÁNGULOS EQUILÁTEROS.

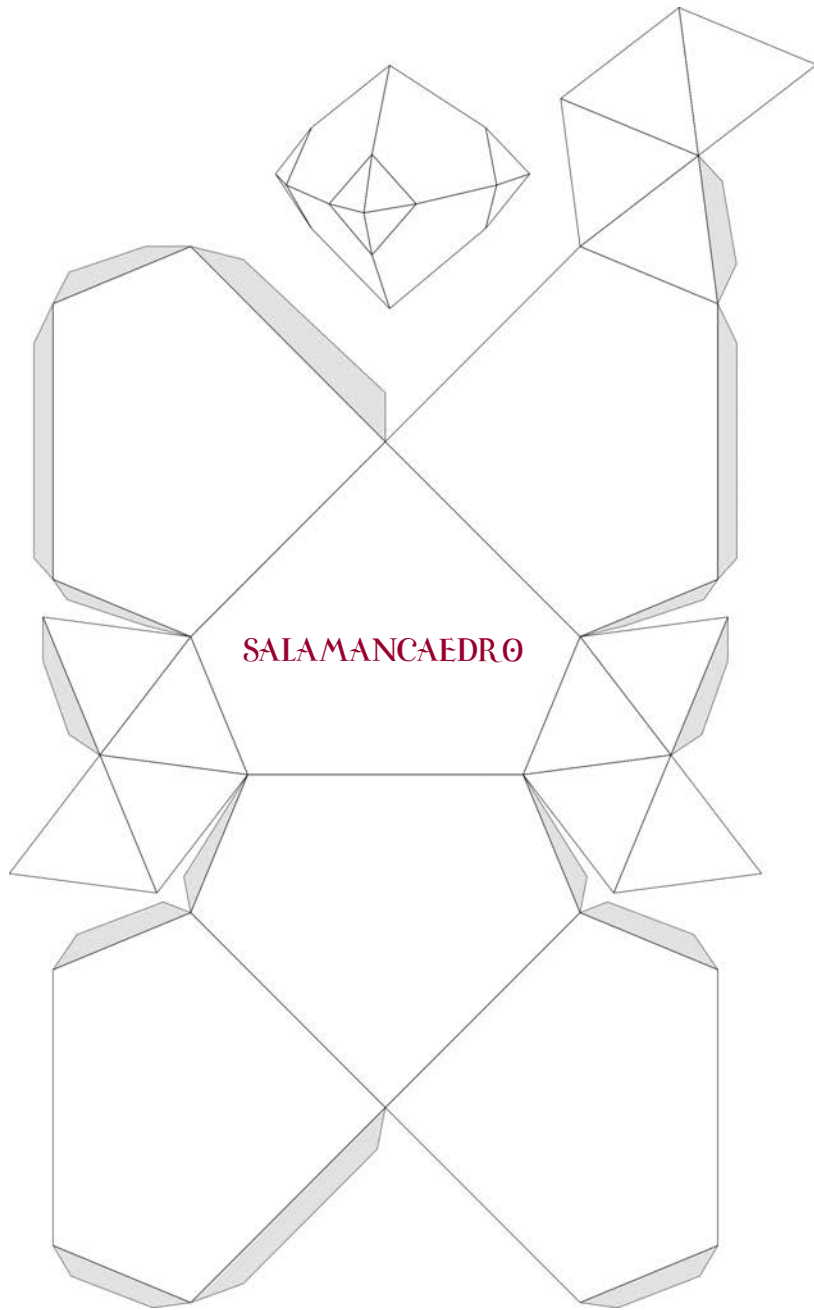
Obsérvese que al misticismo numérico de la baldosa salmantina (1, 2, 3, 4, 5) se une el de los triángulos equiláteros (1, 3, 12). Llamaré SALAMANCAEDRO a este poliedro tan singular. Es también el único que conserva la condición planaria de que sólo tiene dos tipos de aristas, 9 largas y 24 cortas.

Y finalizo este relato “geométrico” (o “geometrístico”) con dos anexos, dedicado, el primero, a las características cristalográficas del SALAMANCAEDRO, si hubiese un mineral que cristalizase así. ¿Lo hay? He de confesar que en estos momentos lo ignoro. ¡Veremos qué dirá alguien mañana! El segundo es su desarrollo, para que quien quiera tenerlo lo amplíe (en papel de al menos 80 g), repase los dobleces con un alfiler, recorte, pliegue y pegue. Tendrá un bonito recuerdo de la maravillosa ciudad del Tormes..., y mío.



Anexo I  
 El Salamancaedro

**A)** Ángulos  $\varphi$  y  $\rho$ . **B, C, D)** Proyecciones ortogonales desde  $\{0001\}$ ,  $\{10\bar{1}0\}$  y  $\{2\bar{1}\bar{1}0\}$ . **E, F:** Proyecciones estereográficas. **E)**  $\varphi$  y  $\rho$  en falsilla de Wulff. **F)** Del SALAMANCAEDRO, con sus elementos de simetría. **a:** Bipirámide trigonal ( $hh\bar{2}hl$ ). **b:** Bipirámide ditrigonal ( $hk\bar{1}l$ ). **c:** Prisma ditrigonal ( $hk\bar{1}0$ ) de la figura 7B. **d:** Pirámide trigonal inferior ( $hh\bar{2}hl$ ) de la figura 7A.



Anexo 2  
Desarrollo del Salamancaedro